

CONTROLE n°1

Exercice 1:

On considère la fonction causale définie par $x(t) = (0,25)^{\frac{t}{T}} u(t)$.

On demande de calculer :

1. $X(z) = Z[x(t)]$;
2. $Y(z) = Z [x(t) e^{-5t}]$;
3. $V(z) = Z[x(t - 2T_e)]$;
4. $G(z) = Z[tx(t)]$.

Exercice 2:

Calculer les transformées en z des fonctions suivantes:

1. $F(p) = \frac{p^2 + 1}{p(p^2 + 4p + 8)}$;
2. $G(p) = B_0(p)X(p)$ avec $X(p) = \frac{5p}{(p+2)(p+1)^2}$.

Exercice 3:

On considère les transmittances en z suivantes :

a). $F(z) = \frac{z}{1+z^2}$, b). $G(z) = \frac{5(z+1)}{z(z-1)^2}$.

1. Calculer les valeurs initiales et finales des originales de F, G ;
2. Calculer les transformées en z inverses de F et G. En déduire leurs valeurs initiales et finales puis conclure.

Nota : aucun document n'est autorisé.

On donne :

$$Z[\sin(w_0 t)] = Z\left[\frac{w_0}{p^2 + w_0^2}\right] = \frac{z \sin w_0 T}{z^2 - 2z \cos w_0 T + 1} ;$$

$$Z[\cos(w_0 t)] = Z\left[\frac{p}{p^2 + w_0^2}\right] = \frac{z(z - \cos w_0 T)}{z^2 - 2z \cos w_0 T + 1}$$

$$Z[e^{-at} \sin w_0 t] = Z\left[\frac{w_0}{(p+a)^2 + w_0^2}\right] = \frac{ze^{-aT} \sin w_0 T}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos w_0 T + e^{-2aT}}$$

$$Z[e^{-at} \cos w_0 t] = Z\left[\frac{p+a}{(p+a)^2 + w_0^2}\right] = \frac{z^2 - ze^{-aT} \cos w_0 T}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos w_0 T + e^{-2aT}}$$

$$Z[te^{-at}] = Z\left[\frac{1}{(p+a)^2}\right] = \frac{Tze^{-aT}}{(z - e^{-aT})^2}$$