ECOLE DES MINES DE L'INDUSTRIE ET DE LA GEOLOGIE (EMIG)

Année : 2016-2017
Cycle : IG_2 (OEM, OII)

Cours : **Automatique des Systèmes Continus**
Proposé par: Sounna NOUHOU

CONTROLE n°2

Exercice : On considère les trois(3) systèmes du premier ordre fondamental ci-dessous :

Système 1 : gain statique K=1, constante de temps= τ,

Système 2 : gain statique K=1, constante de temps= $0{,}2\tau$,

Système 3 : gain statique K=10, constante de temps= τ.

1. Pour chacun de ces systèmes :

1.1. Etablir l'expression de la fonction de transfert H(p)=S(p)/E(p) et de la réponse à une impulsion de Dirac $\delta(t)$.

1.2. Etablir l'expression de la réponse à un échelon unitaire u(t). En déduire le temps de réponse à 5%, le temps de montée, la valeur finale et l'erreur de position $\varepsilon_p(+\infty)=e(+\infty) - s(+\infty)$.

1.3. Déterminer le pôle, le module exprimé en décibels $\mathcal{A}(w)= |H(jw)|_{dB}$ et le déphasage $\Psi(w) = \arg[H(jw)]$ de la réponse fréquentielle.
Déterminer puis, tracer les asymptotes du module et de la phase dans le plan de Bode. En déduire la pulsation de cassure à -3dB, w_c (ou bande passante).

2. Comparer les performances de ces systèmes: bandes passantes (w_c), place des pôles par rapport à l'axe des imaginaires, temps de réponse à 5%, erreurs de position $\varepsilon_p\,(+\infty)$....

www.aemn-emig.org

ANNEXE 1
TRANSFORMEES DE LAPLACE COURANTES

Original (variable t) *(Fonction)*	Image (variable p) *(Transformée)*
$\delta(t)$	1
$1\cdot u(t)$	$\dfrac{1}{p}$
les fonctions linéaires sont proportionnelles donc : $A\cdot u(t)$	$\dfrac{A}{p}$
De la même manière : $t\cdot u(t)$	$\dfrac{1}{p^2}$
$A\cdot t\cdot u(t)$	$\dfrac{A}{p^2}$
et de façon plus générale : $A\cdot t^n\cdot u(t)$	$A\cdot\dfrac{n!}{p^{n+1}}$
$e^{-a\cdot t}\cdot u(t)$	$\dfrac{1}{p+a}$
$e^{a\cdot t}\cdot t^n\cdot u(t)$	$\dfrac{n!}{(p-a)^{n+1}}$
$\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\cdot u(t)$	$\dfrac{1}{p\cdot(1+\tau\cdot p)}$
$\left(t-\tau+\tau\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\cdot u(t)$	$\dfrac{1}{p^2\cdot(1+\tau\cdot p)}$
$\left(\dfrac{t}{\tau^2}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\cdot u(t)$	$\dfrac{1}{(1+\tau\cdot p)^2}$

Original (variable t) *(fonction)*	Image (variable p) *(Transformée)*
$\sin(\omega\cdot t)\cdot u(t)$	$\dfrac{\omega}{p^2+\omega^2}$
$\cos(\omega\cdot t)\cdot u(t)$	$\dfrac{p}{p^2+\omega^2}$
$sh(\omega\cdot t)\cdot u(t)$	$\dfrac{\omega}{p^2-\omega^2}$
$ch(\omega\cdot t)\cdot u(t)$	$\dfrac{p}{p^2-\omega^2}$
$\left(e^{-a\cdot t}\cdot\sin(\omega\cdot t)\right)\cdot u(t)$	$\dfrac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$
$\left(e^{-a\cdot t}\cdot\cos(\omega\cdot t)\right)\cdot u(t)$	$\dfrac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$

D'autre part :

Original (variable t)	Image (variable p)
$\dfrac{\omega}{\sqrt{1-a^2}}\cdot e^{-a\cdot\omega\cdot t}\cdot\sin\left(\omega\cdot\sqrt{1-a^2}\cdot t\right)\cdot u(t)$	$\dfrac{1}{1+\dfrac{2\cdot a}{\omega}\cdot p+\dfrac{1}{\omega^2}\cdot p^2}$
$1-\dfrac{1}{\sqrt{1-a^2}}\cdot e^{-a\cdot\omega\cdot t}\cdot\sin\left(\omega\cdot\sqrt{1-a^2}\cdot t+\varphi\right)\cdot u(t)$ avec : $\sin\varphi=\sqrt{1-a^2}$ et $\cos\varphi=a$	$\dfrac{1}{p\cdot\left(1+\dfrac{2\cdot a}{\omega}\cdot p+\dfrac{1}{\omega^2}\cdot p^2\right)}$

Nota : $u(t)$ est appelée fonction de **Heaviside**, elle est telle que : $u(t)=1 \quad \forall\, t\geq 0$ et $u(t)=0 \quad \forall\, t<0$

www.aemn-emig.org