LEX	COMPOSITION DE MATHEMATIQUES
1^{er} semestre	**CLASSE :** T^{le} **D**
ANNEE : 2016 – 2017	**Durée :** 4 heures

Prof : ABDOU ISSA Adamou

Exercice 1 : (4*points*)

1. On donne le polynôme P définie pour tout complexe z par :

$$P(z) = z^3 + (-9 + 4\sqrt{3})z^2 + (43 - 24\sqrt{3})z - 75 + 36\sqrt{3}$$

   (a) Démontrer que le polynôme P admet une racine réelle a que l' on déterminera. $0,75pts$

   (b) Déterminer les nombres réels α et β tels que $\forall\ z \in \mathbb{C}$: $P(z) = (z-a)(z^2 + \alpha z + \beta)$. $1pt$

   (c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l' équation $P(z) = 0$. $1pt$

2. On désigne par A, B et C les points d' affixes respectives a, b et c où b et c sont les deux autres racines de P telles que $Im(c) > 0$.

   (a) Déterminer le module et un argument du nombre complexe $\dfrac{b-a}{c-a}$. $1pt$

   (b) En déduire la nature du triangle ABC. $0;25pts$

Exercice 2 : (4*points*)

Une enquête concernant les véhicules circulant dans un pays X a montré que :

- 12% des véhicules ont des freins défectueux;
- Parmi les véhicules ayant des freins défectueux, 20% ont un éclairage défectueux;
- Parmi les véhicules ayant des bons freins, 8% ont un éclairage défectueux.

Dans l' espoir d' améliorer la sécurité routière, la gendarmerie effectue, au hasard, des contrôles de véhicules.
On appelle E l' évènement " le véhicule contrôlé a un bon éclairage "; F l' évènement " le véhicule contrôlé a des bons freins ".

1. Donner $P(\bar{E}/\bar{F})$ et $P(E/F)$. $1pt$

2. Calculer $P(E)$. $0,5pts$

3. (a) Calculer la probabilité pour qu' un véhicule contrôlé ait de bons freins et un éclairage défectueux. $0,5pts$

   (b) Calculer la probabilité pour qu' un véhicule contrôlé ait des freins défectueux et un éclairage défectueux. $0,5pts$

(c) Calculer la probabilité pour qu' un véhicule contrôlé ait un éclairage défectueux. $0,5pts$

4. Sachant qu' un véhicule contrôlé a un éclairage défectueux, quelle est la probabilité pourqu' il ait des freins défectueux ? $0,5pts$

5. Montrer que la probabilité pour qu' un véhicule soit en bon état (c' est - à - dire ait des bons freins et un bon éclairage) est égale à $0,8096$. $0,5pts$

Problème : ($12points$)

Soit la fonction f définie par $f(x) = x + \sqrt{|4x^2 - 1|}$.
On désigne par (C) la courbe représentative de f.

1. (a) Donner le domaine de définition de f. $0,5pts$
   (b) Etudier la continuité de f en $x_0 = -\frac{1}{2}$, puis en $x_0 = \frac{1}{2}$. $0,5pts$
   (c) Etudier la dérivabilité de f en $x_0 = -\frac{1}{2}$, puis en $x_0 = \frac{1}{2}$. $1,5pts$
   Interpréter graphiquement les résultats. $0,5pts$
   (d) Déterminer le domaine de dérivabilité de f. $0,5pts$
   (e) calculer $f'(x)$ sur chacun des intervalles du domaine de dérivabilité. $1pt$

2. Etablir les équivalences suivantes : $0,5pts$

$$\sqrt{4x^2 - 1} + 4x \leq 0 \Longleftrightarrow x \in \ ]-\infty, -\frac{1}{2}]$$

$$\sqrt{1 - 4x^2} - 4x \geq 0 \Longleftrightarrow x \in \ [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{5}}]$$

   En déduire le signe de $f'(x)$. $1pt$

3. (a) Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x)$. $0,5pts$
   (b) Dresser le tableau de variation de f. $1pt$

4. Tracer la courbe (C). $2pts$

5. Soit h la restriction de f sur $]-\infty, -\frac{1}{2}]$.
   (a) Démontrer que h admet une réciproque h^{-1}. $0,5pts$
   (b) Donner le tableau de variation de h^{-1}. $0,5pts$
   (c) Calculer $(h^{-1})'(0)$. $0,5pts$
   (d) Déterminer une équation de la tangente à (Γ), courbe de h^{-1}, au point d' abscisse 0. $0,5pts$
   (e) Construire (Γ). $0,5pts$