2014-2015 Second Semestre

1ère D

Lycée d'excellence Devoir de Mathematiques : Durée : 2H.

Exercice N°1 (6pts)

1) Montrer que les fonctions f suivantes admettent une limites nulle en 0.

a) $f(x) = x^3 - 5x^2 - x$ b) $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$.

NB : prendre $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

2) Déterminer à l'aide des théorème des comparaison, les limites en $+\infty$ et en $-\infty$ de chacune des fonctions f suivantes (si elles existent) :

a) $f(x) = \frac{1+\cos x}{\sqrt{x}}$ b) $f(x) = \frac{x \sin x}{x^2+1}$.

Exercice N°2 (9pts)

I) Calculer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x \to 4} \frac{x-4}{\sqrt{x^2-7} + \sqrt{2x+1}}$. 2) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^2-5x+6}{x^2-8x+15}$ 3) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{tg(x)}$.

4) $\lim\limits_{x \to 5} \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{9-x}}{x-5}$ 5) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{1 - \sqrt{3-x}}$ 6) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{3x^2-7x+1} - 8x$

II) Calculer les limites aux bornes du domaine de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x) = x^2 - 2x + 3$. 2) $f(x) = \frac{2x-3}{x^2-2x+1}$ 3) $f(x) = \frac{3x^2-2x-5}{x^3-3x^2+4}$.

Exercice N°3 : (5pts)

I) Etudier la continuité des fonctions f suivantes au point x_0 donné :

1) $f(x) = \frac{3x-5}{x-1}$; $x_0 = 1$. 2) $\begin{cases} f(x) = \frac{2x^2+3x-5}{x^2+x-2} & \text{si } x \in]-2,1[\cup]1,+\infty[\\ f(1) = 7/3 \end{cases}$; $x_0 = 1$.

II) Repondre par Vrai ou Faux. NB : Bonne réponse = 0,5 ; Fausse réponse = -0,5 ; aucune réponse = 0.

1) Toute fonction polynome est continue sur $\mathbb{R}$

2) Toute fonction rationnelle est continue sur $\mathbb{R}$

3) La fonction $f(x) = \sqrt{x^2+4}$ est définie et continue sur $\mathbb{R}$

4) la fonction $f(x) = \sqrt{1-x}$ est définie et continue sur $]-\infty, 1[$.

Bonne chance