

LEX	COMPOSITION DE MATHEMATIQUES
1 ^{re} C	1 ^{er} semestre
Année : 2017 - 2018	Durée : 2 heures

Exercice 1 : (7points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$.

1. Construire la courbe (C) de f pour $x \in [-3, 4]$ dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
2. m désigne un paramètre réel.
 - (a) Quel est, suivant les valeurs de m , le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$?
On pourra utiliser le graphique de f , puis donner une justification algébrique.
 - (b) Pour quelles valeurs de m l'équation $f(x) = m$ a-t-elle deux solutions distinctes x' et x'' telles que $x' < 0 < x''$?
3. m désignant toujours un paramètre réel, on considère la droite (D_m) passant par le point

$$A \left(\frac{-3}{2}, 0 \right) \text{ et de coefficient directeur } m.$$

Etudier, suivant les valeurs de m , le nombre de points d'intersection de (C) et (D_m) .

Exercice 2 : (7points)

Soit $ABCD$ un quadrilatère et $k \in \mathbb{R}$.

1. On considère les points $I = \text{bar}\{(A, 3); (B, 1)\}$ et $J = \text{bar}\{(C, 3); (B, -1)\}$.
 - (a) Montrer que l'ensemble E des points M du plan tels que $\|3\vec{MA} + \vec{MB}\| = \|3\vec{MC} - \vec{MB}\|$ est une ligne de niveau de l'application $f : M \mapsto \frac{MI}{MJ}$.
 - (b) Déterminer l'ensemble E .
2. Déterminer l'ensemble F des points M du plan vérifiant :

$$MA^2 + MB^2 - MC^2 + MD^2 = k$$

Exercice 3 : (6points)

1. Transformer en produit l'expression $A(x) = \sin 3x + \sin 5x + \sin 7x + \sin 9x$.
2. Montrer que $\frac{\sin 4x}{\sin 2x} - \frac{\cos 4x}{\cos 2x} = \frac{1}{\cos 2x}$.
3. Exprimer $\tan 3x$ en fonction de $\tan x$.