

LEX	COMPOSITION DE MATHEMATIQUES
1 <sup>re</sup> C	1 <sup>er</sup> semestre
Année : 2017 - 2018	Durée : 2 heures

**Exercice 1 : (7points)**

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$ .

- Construire la courbe  $(C)$  de  $f$  pour  $x \in [-3, 4]$  dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- $m$  désigne un paramètre réel.
  - Quel est, suivant les valeurs de  $m$ , le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = m$  ?  
On pourra utiliser le graphique de  $f$ , puis donner une justification algébrique.
  - Pour quelles valeurs de  $m$  l'équation  $f(x) = m$  a-t-elle deux solutions distinctes  $x'$  et  $x''$  telles que  $x' < 0 < x''$  ?
- $m$  désignant toujours un paramètre réel, on considère la droite  $(D_m)$  passant par le point

$$A \left( \frac{-3}{2}, 0 \right) \text{ et de coefficient directeur } m.$$

Etudier, suivant les valeurs de  $m$ , le nombre de points d'intersection de  $(C)$  et  $(D_m)$ .

**Exercice 2 : (7points)**

Soit  $ABCD$  un quadrilatère et  $k \in \mathbb{R}$ .

- On considère les points  $I = \text{bar}\{(A, 3); (B, 1)\}$  et  $J = \text{bar}\{(C, 3); (B, -1)\}$ .
  - Montrer que l'ensemble  $E$  des points  $M$  du plan tels que  $\|3\vec{MA} + \vec{MB}\| = \|3\vec{MC} - \vec{MB}\|$  est une ligne de niveau de l'application  $f : M \mapsto \frac{MI}{MJ}$ .
  - Déterminer l'ensemble  $E$ .
- Déterminer l'ensemble  $F$  des points  $M$  du plan vérifiant :

$$MA^2 + MB^2 - MC^2 + MD^2 = k$$

**Exercice 3 : (6points)**

- Transformer en produit l'expression  $A(x) = \sin 3x + \sin 5x + \sin 7x + \sin 9x$ .
- Montrer que  $\frac{\sin 4x}{\sin 2x} - \frac{\cos 4x}{\cos 2x} = \frac{1}{\cos 2x}$ .
- Exprimer  $\tan 3x$  en fonction de  $\tan x$ .