

LEX	COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES
1 <sup>re</sup> C	2 <sup>nd</sup> semestre
Année : 2017 - 2018	Durée : 3 heures

**Exercice 1 : (5points)**

Trente cyclistes, numérotés de 1 à 30, prennent le départ d'une course. Tous arrivent, il n'y a pas d'exæquo.

1. Combien y a-t-il de classements possibles ?
2. Combien y a-t-il de classements dans lesquels le 10 est premier ?
3. Combien y a-t-il de classements dans lesquels le 10 figure parmi les 10 premiers ?
4. Combien y a-t-il de classements dans lesquels le 9 et le 10 ont deux places consécutives ?

**Exercice 2 : (5points)**

Soit le polynôme  $P$  défini par  $P(x) = -4x^3 - 8x^2 + 19x - 7$ .

1. Calculer  $P(1)$  et résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$ .
2. (a) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :

$$-4 \sin^3 x + 8 \cos^2 x + 19 \sin x - 15 = 0$$

- (b) En déduire les solutions appartenant à  $[0, 2\pi]$ .
- (c) Résoudre dans  $[0, 2\pi]$  l'inéquation :

$$-4 \sin^3 x + 8 \cos^2 x + 19 \sin x - 15 > 0$$

**Exercice 3 : (5points)**

On considère l'application  $f : P \rightarrow P$

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto M' \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} / \begin{cases} x' = \frac{1}{3}(x - 2\sqrt{2}y + 3) \\ y' = \frac{1}{3}(-2\sqrt{2}x - y) \end{cases}$$

1. Déterminer la droite  $(D)$  et le vecteur  $\vec{u}$  parallèle à  $(D)$  tels que, si  $s_D$  désigne la réflexion d'axe  $(D)$ , on ait  $f = s_D \circ t_{\vec{u}}$ ,  $t_{\vec{u}}$  étant la translation de vecteur  $\vec{u}$ .
2. Soit le point  $\Omega \left( \frac{1}{2}, 0 \right)$ . Vérifier que  $\Omega$  appartient à  $(D)$ . Déterminer l'équation cartésienne de la droite  $(\Delta)$  telle que, si  $s_{\Delta}$  désigne la réflexion d'axe  $(\Delta)$ ,  $s_{\Delta} \circ s_D$  soit la symétrie de centre  $\Omega$ .

**Exercice 4 : (5points)**

Démontrer que :

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - x^2}{x + 4} = 0$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x + 2}{x - 1} = -2$  (prendre  $\alpha = \frac{1}{2}$ )