**Lycée d'Excellence**
**2nd$C_1$,$C_2$**

**Samedi 27 janvier 2018**

# Composition de Mathématiques (3h)

## EXERCICE 1 *(8 points)*

1) Résoudre et discuter suivant les valeurs du paramètre réel m, les solutions de l'équation $(m^2+2)x+m^2-4m=6x-2m$ ***(0,75 point)***

2) Résoudre dans IR les équations suivantes :

a) $2x^2-(2+\sqrt{3})x-\sqrt{3}=0$ ***(0,75 point)*** b) $x^4-x^2-2=0$ ***(1 point)***

c) $\dfrac{5x^2-20x+22}{x^2+3x-10}=-1$ ***(0,75 point)*** d) $|2x+1|-|x-3|+3x+1=0$ ***(1,5 point)***

3) Résoudre dans IR, les inéquations suivantes : $5x-2|x-1|>4$ ***(1 point)***

4) Résoudre dans IR, le système suivant : $\begin{cases}-4x^2+5x-1>0\\ \dfrac{x^2-6x+5}{x+1}>0\end{cases}$ ***(1,5 point)***

5) Soient a, b, c et d des réels tels que $b\neq 0$ et $d\neq 0$ et $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Montrer que $\dfrac{a+c}{a-c}=\dfrac{b+d}{b-d}$ ***(0,75 point)***

## EXERCICE 2 *(6 points)*

On considère un triangle ABC et les points E et F tels que $\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

1) Démontrer que les droites (BF) et (EC) sont parallèles ***(1 point)***
2) Montrer que B est le barycentre des points pondérés (A ; a), (E ; b) dont on déterminera les coefficients a et b ***(0,5 point)***
3) Soit G le barycentre des points pondérés (A, 2), (E, 1) et (C, 3).
   a) Décrire les étapes de construction d'un barycentre par la méthode du barycentre partiel ***(0,5 point)***
   b) Construire le point G ***(0,5 point)***
   c) Montrer que G est le milieu de [BC] ***(1 point)***
4) Pour tout point M du plan, on considère le vecteur $\overrightarrow{f(M)}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{ME}+3\overrightarrow{MC}$
   a) Exprimer $\overrightarrow{f(M)}$ en fonction de $\overrightarrow{MG}$ ***(0,5 point)***
   b) Déterminer l'ensemble $(\mathfrak{D})$ des points M du plan tels que $\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{ME}+3\overrightarrow{MC}\|=3\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\|$ ***(1 point)***
   c) Déterminer et construire l'ensemble $(\mathcal{C})$ des points M tels que $\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{ME}+3\overrightarrow{MC}\|=4AC$ ***(0,5+0,5 point)***

## EXERCICE 3 *(6 points)*

1) Résoudre dans $IR^2$ (ou $IR^3$) les systèmes suivants :

a) $\begin{cases}\sqrt{x}+4\sqrt{y}=8\\ 3\sqrt{x}-5\sqrt{y}=7\end{cases}$ ***(1 point)*** b) $\begin{cases}x+y+z=6\\ 2x-y-z=-3\\ 3x+2y-z=4\end{cases}$ ***(1 point)***

2) On considère un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$, et les points A(-1 ; 2) , B(3 ; 3) et C(0 ; -2)
   a) Déterminer les équations des droites (AB), (BC) et (AC) ***(1,5 point)***
   b) En déduire le système d'inéquations caractérisant l'ensemble des points M(x ; y) intérieurs au triangle ABC ***(0,75 point)***
   c) Résoudre graphiquement (en justifiant votre réponse) le système d'inéquations $\begin{cases}x-4y+9\geq 0\\ 4x+y+2\geq 0\\ 5x-3y-6\leq 0\end{cases}$. En déduire les solutions entières de ce système ***(1+0,75 point)***.

***N.B :** on tiendra compte de la rédaction et de la clarté dans le raisonnement.*