

LEX	Devoir n°1 DE MATHEMATIQUES
T ^{le} D	1 ^{er} semestre
Année : 2017 - 2018	Durée : 4 heures

Exercice 1 : (5points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{3x^2 + 4x - 3}{x^2 - 1}$

On note C la courbe de f .

- Déterminer les réels a, b, c tels que $f(x) = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x+1}$
- Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
- Déterminer l'équation réduite de la tangente T à C au point A d'abscisse 0.
- Etudier pour tout x élément de $] -1; 1[$ la position relative de T et C .

Exercice 2 : (5points)

On considère la fonction g telle que $g(x) = \frac{2 + \sqrt{4 - x^2}}{x}$

- Etudier la continuité de g .
- Etudier la dérivabilité de g en 2 et en -2 . Interpréter graphiquement les résultats.
- Etudier les variations de g .

Exercice 3 : (5points)

On donne la fonction h définie par $h(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

- Déterminer le domaine de définition de h et calculer les limites de h aux bornes du domaine de définition.
- Déterminer le domaine de dérivabilité de h et calculer la dérivée h' .
- Montrer que l'équation $h(x) = x$ admet une solution α et une seule telle que $1 < \alpha < 2$
- Déterminer un encadrement de α à 10^{-2} près.
- Montrer que h est bijective $] -\infty; 0[$ vers un intervalle J à préciser.
- Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout x élément de J .

Exercice 4 : (5points)

On définit la fonction g par $g(x) = \frac{2x}{x + \sqrt{|x^2 - 1|}}$

1. Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $x + \sqrt{|x^2 - 1|} = 0$. En déduire l'ensemble de définition de g .
2. Déterminer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.
3. Etudier la dérivabilité de g en $x_0 = -1$ puis en $x_0 = 1$. Interpréter graphiquement les résultats.
4. Donner le domaine de dérivabilité de g et calculer la fonction dérivée g' .