

LYCEE D'EXCELLENCE de Niamey	Devoir N°2	Date : 14/12/13
UP Mathématiques	Niveau : 1 <sup>ère</sup> C	
Année 2013 -2014 1 <sup>er</sup> semestre	Durée : 3 heures	

### EXERCICE 1 (8 points)

Soit les fonctions  $f$ ,  $g$ ,  $h$  et  $p$  définies respectivement par  $f(x) = \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$   $g(x) = \frac{x^2 - 3}{\sqrt{1 - y^2 - 2x}}$   
 $h(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x^4 - 7x^2 + 6}}$  et  $p(x) = \frac{\cos x + 5 \sin x}{3x^2 + 5}$ .

- Déterminer les ensembles de définition des fonctions  $f$ ,  $g$ ,  $h$  et  $p$  (1 + 1 + 1 + 0,5 points)
- Etudier la parité des fonctions  $g$ ,  $h$  et  $p$ . (0,5 + 0,5 + 0,5 point)
- Etudier la parité et la périodicité de la fonction  $f$ . (0,5 + 0,5 point)
- La fonction  $p$  est-elle bornée ? (0,75 point)
- Déterminer le signe de  $f(x)$  sur  $]-\pi, \pi[$ . (1,5 point)

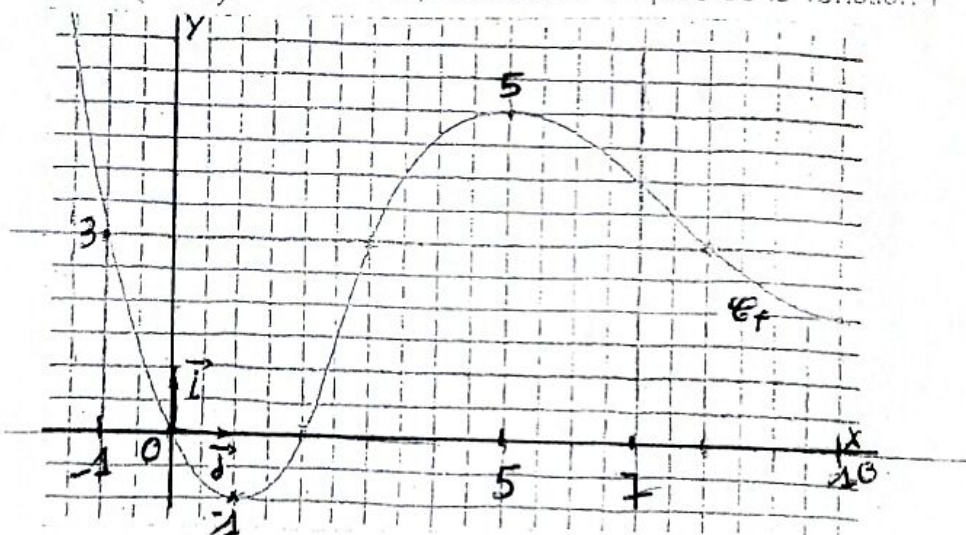
### EXERCICE 2 (6 points)

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{x-2}{3-x}$ . On désigne par  $(C_f)$  la courbe de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- Montrer que  $(C_f)$  admet un centre de symétrie que l'on déterminera (1 point)
- Etudier le sens variations de  $f$ . (1 point)
- Déterminer la composée  $f \circ f$ , puis résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation  $f \circ f(x) = 1$ . (1 + 0,5 point)
- Montrer que  $f$  réalise une bijection d'un intervalle  $I$  vers un intervalle  $J$  que l'on précisera. Expliciter  $f^{-1}$  la fonction réciproque de  $f$ . (1 + 0,5 point)
- Construire la courbe  $(C_f)$ . (1 point)

### EXERCICE 3 (6 points)

Soit  $(C)$ , dans un repère orthogonal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , la courbe représentative ci-après de la fonction  $f$  définie sur  $]-\infty; 10]$



- Donner le sens de variations de  $f$ . Justifier votre réponse. Dresser ensuite le tableau de variations de  $f$ . (1 + 0,5 point)
  - Justifier que pour tout  $x \in ]-\infty; 10]$ ,  $f(x) \in ]-\infty; 5]$ .
  - Déterminer l'image de l'intervalle  $[-1, 7]$  par  $f$ . Justifier votre réponse.
  - Déterminer l'image réciproque de l'intervalle  $[0, 3]$  par  $f$ . Justifier votre réponse.
  - Résoudre graphiquement : a)  $f(x) = 0$  (0,5 pt) b)  $f(x) = 3$  (0,5 pt) c)  $f(x) \in [0, 1]$  (0,5 pt)
- Bonne chance 1<sup>er</sup> C. Les 11