LEX	Devoir $n°2$ DE MATHEMATIQUES
$1^{re}C$	$2^{ème}$ semestre
Année : 2017 – 2018	Durée : 2 heures

Exercice 1 : ($7points$)

Le plan est muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
Soit f l' application du plan dans lui-même qui à tout point $M(x, y)$ associe le point $M'(x', y')$ telles que
$$\begin{cases} x' = \dfrac{1}{13}(5x - 12y + 24) \\ \\ y' = \dfrac{1}{13}(-12x - 5y + 36) \end{cases}$$

1. Déterminer $f \circ f$. Que peut-on dire de f ?
2. Déterminer l' ensemble (D) des points invariants par f.
3. Soit M un point du plan et M' son image par f.
   (a) Démontrer que le milieu I_M de $[MM']$ appartient à (D).
   (b) Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ a une direction fixe.
   (c) Que peut-on dire de (D) et (MM') ? Justifier.
   (d) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f.

Exercice 2 : ($7points$)

Le plan est muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
Soit g l' application du plan qui à tout point $M(x, y)$ associe le point $M'(x', y')$ telles que
$$\begin{cases} x' = \dfrac{1}{2}(-x\sqrt{3} + y - 4 - \sqrt{3}) \\ \\ y' = \dfrac{1}{2}(-x - y\sqrt{3} + 3 + 2\sqrt{3}) \end{cases}$$

1. Démontrer que g est une isométrie.
2. Déterminer l' ensemble des points invariants par g.
3. Donner la nature de g et ses éléments caractéristiques.
4. On considère la transformation T d' expression analytique $\begin{cases} x' = x + \dfrac{1}{2}(4 + \sqrt{3}) \\ \\ y' = y - \dfrac{1}{2}(3 + 2\sqrt{3}) \end{cases}$
   (a) Donner la nature de T et son élément caractéristique.
   (b) $T \circ g$ est-elle une isométrie ? Justifier.
   (c) Définir analytiquement $T \circ g$ et donner ses points invariants.
   (d) Quelle est la nature de $T \circ g$?
5. Soit R la rotation de centre $O(0, 0)$ et d' angle $-\dfrac{\pi}{6}$.

(a) Définir analytiquement R.

(b) Déterminer la nature exacte de $R \circ (T \circ g)$

<u>Exercice 3</u> : (6*points*)

Le plan est muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. On considère la droite $(D) : 2x - 3y - 6 = 0$.

   (a) Définir analytiquement la réflexion s_D d' axe (D).

   (b) En déduire les coordonnées du point A dont l' image par s_D est le point $A'(\frac{5}{13}, \frac{-1}{13})$.

2. On considère la droite (Δ) passant par $I(0, -2)$ et de vecteur directeur $\vec{v}$ tel que $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{6}$ où $\vec{u}$ est le vecteur directeur de (D).
   Soit s_Δ la réflexion d' axe (Δ).
   Déterminer la nature de la transformation $s_\Delta \circ s_D$ en précisant ses éléments caractéristiques.