Année Scolaire 2014/2015
Ecole des mines de l'Industrie et de la Géologie
S8 2.

Devoir N°1 de Mathématiques Appliquées

Exercice N°1

a.) Soient $\vec{V}$ et $\vec{V'}$ deux vecteurs de l'espace $\mathbb{R}$.
Montrez que $\vec{V}\cdot\vec{V'} = \frac{1}{4}\left(\|\vec{V}+\vec{V'}\|^2 - \|\vec{V}-\vec{V'}\|^2\right)$

b.) On donne le champ vectoriel $\vec{E}(x,y,z) = (y+z)\vec{i} + (z+x)\vec{j} + (x+y)\vec{k}$.
Montrez que $\vec{E}$ dérive d'un potentiel.

Exercice N°2

a.) Donner les expressions du gradient, de la divergence, du rotationnel et du laplacien en coordonnées sphériques.

b.) On considère la courbe plane d'équation polaire
$\rho = \sqrt{tg^2\theta + 1}$.
Déterminez son équation cartésienne.

Exercice N°3

a.) On considère la parabole (P) : $y = x^2 + 2x - 1$ et l'hyperbole (H) : $2x^2 - y^2 + 1 = 0$.
Montrez que ces deux coniques se coupent en quatre points.

Exercice N°4 :

Déterminez le $\overrightarrow{grad}$, la divergence, le rotationnel et le laplacien d'un vecteur en coordonnées ~~cylindriques~~ sphériques.

Exercice N°5 :

a.) Déterminer l'équation d'une ellipse (E1) de centre (C1) dont le grand axe a pour longueur 26 et dont les foyers sont donnés par leurs coordonnées F1 (−10, 10) et F2 (14, 10).

b.) Si cette ellipse subit une rotation de 90° autour de C1 puis une translation amenant son centre au point C de (14, 10), quelle équation aura cette nouvelle ellipse.

Exercice N°6 : Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ l'équation d'une parabole. Cette parabole passe par les points $A\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$; $B\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix}3\\12\end{pmatrix}$.

i.) Écrire un système vérifié par a, b, c.

ii.) Le résoudre.