ECOLE DES MINES DE L'INDUSTRIE ET DE LA GEOLOGIE (EMIG)

Cycle : TS_2 (OAI_2, OMI_2) — Cours : Systèmes Asservis

Année : 2013-2014 — Proposé par : SOUNNA Nouhou

CONTROLE n°1

Exercice 1 : *Les régimes de fonctionnement, stabilité*

1. On considère un système linéaire continu régi par l'équation différentielle ci-dessous :

$$s''(t) + 4s'(t) + 4s(t) = f(t).$$

On demande de calculer :

1.1. La réponse libre $s_L(t)$ si $s(0) = -1$, $s'(0) = 0$ et la réponse forcée $s_F(t)$ si $f(t) = 2$.

1.2. La réponse transitoire $s_T(t)$, la réponse permanente $s_p(t)$ et la réponse complète $s(t)$ si $f(t) = t$ et $s(0) = s'(0) = 0$.

2. Discuter suivant les valeurs de la constante réelle α, la stabilité du système linéaire régi par l'équation différentielle ci-dessous :

$$y''(t) + 2.y'(t) + \alpha.y(t) = f(t)$$

Exercice 2 : *Transformée de Laplace*

1. On considère la fonction causale définie ci-dessous :

$$f(t) = \frac{E}{t_0} t u(t) - \frac{E}{t_0}(t-t_0)u(t-t_0) - \frac{E}{t_0}(t-3t_0)u(t-3t_0) + \frac{E}{t_0}(t-5t_0)u(t-5t_0)$$

1.1. Calculer la transformée de Laplace de f(t) ;
1.2. Représenter graphiquement la fonction f(t).

2. On considère un système linéaire continu d'entrée x(t), de sortie y(t) et régi par l'équation différentielle ci-dessous :

$$y''(t) + 6y'(t) + 13y(t) = x(t) \text{ ; avec } x(t) = 10\delta(t) \text{ et } y(0) = y'(0) = 0.$$

2.1. Résoudre l'équation en utilisant la transformée de Laplace ;
2.2. En utilisant deux méthodes différentes, calculer la valeur initiale de y(t) puis, conclure. Faire de même pour la valeur finale.

On donne :

$$L[te^{-at}] = \frac{1}{(p+a)^2} ; \quad L[\sin(w_0 t)] = \frac{w_0}{p^2 + w_0^2} ; \quad L[\cos(w_0 t)] = \frac{p}{p^2 + w_0^2}$$

$$L[e^{-at}\sin w_0 t] = \frac{w_0}{(p+a)^2 + w_0^2} ; \quad L[e^{-at}\cos w_0 t] = \frac{p+a}{(p+a)^2 + w_0^2}.$$