Année Scolaire 2017/2018 Durée 2 heures
École des mines, de l'Industrie et de la Géologie (EMIG)
TR2

## Devoir N° 2 de Mathématiques Appliquées

### Exercice N° 1 :

Les fonctions suivantes ont-elles une limite en (0,0) ?

a) $f(x,y) = (x+y)\sin\left(\dfrac{1}{x^2+y^2}\right)$

b) $g(x,y) = \dfrac{x^2y}{x^4-2x^2y+3y^2}$

c) $h(x,y) = \dfrac{x^4+y^4}{x^2+y^2}$

### Exercice N° 2 :

a) Soit la fonction $f$ définie par $f(x,y) = \dfrac{x^2y}{\sqrt{x^4+y^2}}$.

Montrer que la restriction de $f$ à une droite (D) passant par l'origine est continue en (0,0).

Peut-on en déduire que $f$ est continue en (0,0) ?

b) Pour tout couple $(x,y)$ de $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$, on pose :

$f(x,y) = \dfrac{1-\cos(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$

Montrer que $f$ se prolonge par continuité en (0,0) et donner la valeur de $f(0,0)$. Calculer $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ et $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$.

### Exercice N° 3 :

Soit $f$ la fonction réelle définie par

$f(x,y) = \sin(x^2-y^2)$. Soit $g$ la fonction de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$ définie par : $g(x,y) = (x+y,\, x-y)$.

1) Calculer les dérivées partielles de $f \circ g$ et la différentielle de $f \circ g$ au pt $(x, y)$.

2) Calculer les matrices jacobiennes de $f$ et de $g$ au pt $(x, y)$.

3) En appliquant le théorème sur la composée de 2 fonctions différentiables, trouver la matrice jacobienne de $f \circ g$ au pt $(x, y)$ et retrouver ainsi le résultat du 1°).

Exercice n°4 :

Soit l'application $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie par :
$g(x, y) = xy\sqrt{1-x-y}$ sur le triangle $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 /$
$x \geq 0, \; y \geq 0$ et $1 - x - y \geq 0\}$.

Étudier la différentiabilité de $g$ sur son domaine.

Exercice n°5 :

Calculer les extremums des fonctions suivantes :

a.) $f(x, y) = x\left[(\ln x)^2 + y^2\right]$.

b.) $g(x, y) = 4x^2 + 4y^2 - (x+y)^4$.

Bonne Chance !

M = NAHANTADOU DIADA ALZOUMA.