Devoir n°2 : Algèbre-Analyse

Durée :2 heures

Les formulaires des fonctions trigonométriques et hyperboliques, la table des développements limités usuels sont autorisés.

Analyse : (10 points)

Exercice n°1 *(4 points)*

Calculer les limites suivantes :

$$1.\ \lim_{x\to 0}(\cos 2x)^{3/x^2} \quad ; \quad 2.\ \lim_{x\to 0}(1-\cos x)\mathrm{ctg}x$$

Exercice n°2 *(6 points)*

1. Trouver le développement limité à l'ordre 6 au voisinage de 0 de :

$$f(x) = 1 - \cos x + \log(\cos x)$$

2. Montrer que la fonction : $g : x \mapsto \dfrac{f(x)}{x^4}$, peut être prolongée par continuité en 0 et préciser $g(0)$.

Algèbre : (10 points)

Exercice n°1 *(5 points)*

On donne les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

1. Montrer que $tr(AB) = tr(BA)$
2. Peut-on généraliser ce résultat ?(*Justifiez votre réponse*).

Exercice n°2 *(5 points)*

On donne la matrice suivante : $T = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 0 & 4 \\ 8 & 6 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

1. Calculer le déterminant de T et T^{-1} .
2. En déduire la solution du système suivant :

$$\begin{cases} 3x + 2y - z + 8t &= 0 \\ x + 2y + 3z + 6t &= 1 \\ -x + 2y - 2t &= 2 \\ y + 4z + 2t &= -1 \end{cases}$$

www.aemn-emig.org