

ÉCOLE DES MINES DE L'INDUSTRIE ET DE LA GÉOLOGIE(EMIG)
CONCOURS D'ENTRÉE SESSION DÉCEMBRE 2016 - CYCLE INGÉNIEUR
ÉPREUVE DE : MATHÉMATIQUES
DURÉE : 4 H — COEF : 4

Exercice n°1 (4 points)

Soient la matrice A et le vecteur \vec{a} définis par :

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

1. Calculer A^2 . (2 points)
2. En déduire la valeur de $A^{10}\vec{a}$ (2 points)

Exercice n°2 (7 points)

Soient a et b deux nombres réels tels que $0 < a < b$.

1. Démontrer que : $\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$ (1,5 point)
2. On définit les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = a, v_0 = b \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n v_n} ; v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- (a) Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a :

$$u_0 \leq u_n < u_{n+1} < v_{n+1} < v_n \leq v_0. \quad (2 \text{ points})$$

- (b) Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $v_n - u_n \leq \frac{v_0 - u_0}{2^n}$. (2 points)

- (c) En déduire que les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sont convergentes et ont même limite. (1,5 point)

Exercice n°3 (9 points)

On considère l'équation du troisième degré :

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

1. Par le changement de variable : $y = x + \frac{a}{3}$ ramener l'équation (1) à la forme :

$$y^3 + py + q = 0 \quad (2) \quad (3 \text{ points})$$

On précisera p et q en fonction de a , b et c . On notera $\Delta = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3$.

2. Si $\Delta > 0$ et on pose $\alpha = \sqrt[3]{\sqrt{\Delta} - \frac{q}{2}}$, montrer que $y_0 = \alpha - \frac{p}{3\alpha}$ est solution de l'équation (2). (2 points)

3. On pose $\alpha = \frac{\sqrt{3} - 6}{3}$

(a) Calculer α^3 (1 point)

(b) Résoudre, dans l'ensemble \mathbb{C} , l'équation : $y^3 - 11y + 9 = 0$. (1,5 point)

(c) En déduire les solutions de l'équation : $x^3 + 9x^2 + 16x + 14 = 0$. (1,5 point)

ECOLE DES MINES, DE L'INDUSTRIE ET DE LA GEOLOGIE (EMIG)
CONCOURS D'ENTREE SESSION DECEMBRE 2016 – CYCLE INGENIEUR
EPREUVE DE PHYSIQUE
DUREE : 4H --- COEF : 4.

Exercice 1 (4pts)

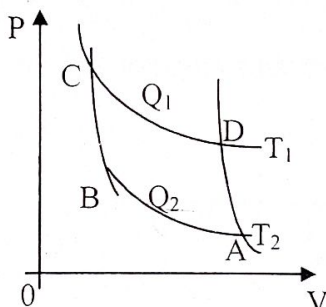
Soit un point matériel repéré par ces coordonnées cylindriques $\rho, \varphi,$ et z telles que :

■ $\rho = at^2, z = at, \varphi = \omega t,$ où a et ω sont des constantes.

- 1- Calculer les composantes cylindriques du vecteur vitesse. (1pt)
- 2- En déduire les composantes cylindriques du vecteur accélération. (1pt)
- 3- Calculer les modules des vecteurs \vec{V} et $\vec{\gamma}$. (2pts)

Exercice 2 (6 pts)

On considère un système dont le fluide est n moles d'un gaz parfait. Ce fluide subit le cycle de transformations représenté dans la figure ci-dessous.



Les branches AB et CD représentent deux transformations isothermes avec les températures respectives T_2 et T_1 . Les branches AD et BC correspondent à deux transformations adiabatiques. On désigne par W le travail total échangé par le système et le milieu extérieur.

- 1- Comment s'appelle ce cycle ? (0.5pt)
- 2- On suppose que le système est un moteur.
 - a. Quel est le sens de parcours du cycle ? (0.5pt)
 - b. Exprimer le rendement ρ de ce moteur en fonction de Q_1 et Q_2 . (2pts)
 - c. Quelle est la relation entre Q_1, Q_2, T_1 et T_2 ? (2pts)
 - d. En utilisant cette relation, exprimer ρ en fonction de T_1 et T_2 (1pt)

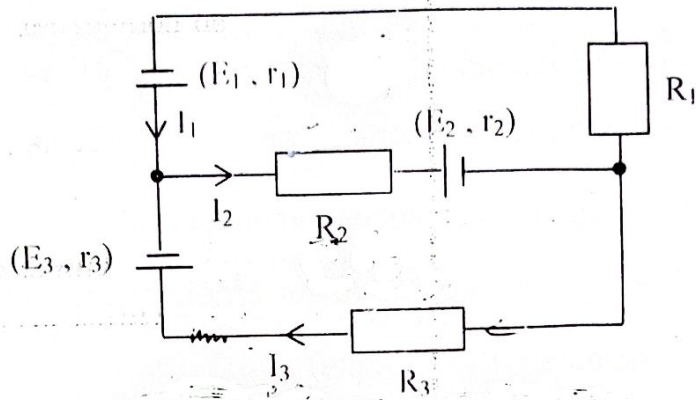
Exercice 3 (5 pts)

Soit le circuit de la figure suivante, donner les nœuds, les branches et les mailles.

1) Donner les équations des mailles et des nœuds.

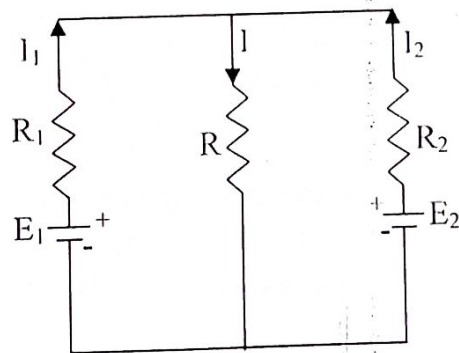
2) Calculer les intensités des courants I_1 , I_2 , I_3 dans les branches sachant que :

$(R_1 + r_1) = 10 \Omega$; $(R_2 + r_2) = 8 \Omega$; $(R_3 + r_3) = 2 \Omega$; $E_1 = 16 \text{ V}$; $E_2 = 14 \text{ V}$; $E_3 = 10 \text{ V}$.



Exercice 4 (5 pts)

Soit le montage de la figure ci-dessous, calculer par la méthode de Thévenin les courants I_1 et I



De quoi accouchera le nouvel désordre mondial ?

On se plaint des désordres d'un monde qui semble aller, les yeux fermés, vers le chaos. Pourtant, si nous prenons du recul et considérons l'histoire des hommes, nous voyons qu'elle a été rythmée par une succession de désordres qui, à la fois, mettaient fin à des ordres anciens et préparaient un ordre neuf, comme si cette succession quasi biologique, ordre-désordre-nouvel-ordre, était la condition même de la survie de l'humanité.

Entendons-nous sur le mot "ordre" il ne signifie nullement que, lorsqu'il existe, le monde (le monde connu) vit en paix dans une sorte d'âge d'or- siècle de Périclès, Pax Romana, Saint Empire romain germanique, ordre européen, etc....

Au contraire, un "ordre" s'est toujours accompagné (et a provoqué) de multiples conflits, guerres, révolutions. Mais il était à peu près clair aux yeux des contemporains que c'était à Athènes, puis à Vienne, Paris ou Londres, et en dernier lieu à Washington et à Moscou que se situait le cœur du système, le centre nerveux du ou des empires. Fût-il terrible, cet ordre-là présentait un avantage : il avait ses lois, il protégeait des invasions et de l'inconnu, il donnait aux hommes un sentiment de sécurité et un système de valeurs qui fonde et conforte une civilisation.

Or un ordre vient de s'effondrer, celui fondé sur la dialectique capitalisme-communisme, Washington-Moscou. En fait il n'avait pas cinquante ans, et pourtant nous voici perdus, anxieux angoissés, l'esprit vide, sans repères. Et, du coup nous prenons au sérieux des problèmes anciens que nous connaissons parfaitement en théorie, mais que nous étions incapables d'intérioriser, préoccupés que nous étions par la grande querelle Est-Ouest. Quels problèmes ? La domination économique par le G7, ce club de nantis (dont l'U.R.S.S., la Chine, l'Inde, ne font pas partie), le terrifiant déséquilibre Nord-Sud, l'explosion démographique, les migrations incontrôlables, la misère, les menaces qui pèsent sur l'écosystème de notre planète. En somme, nous effectuons un douloureux retour à la réalité : tel Don Quichotte, nous combattons des moulins alors que "l'ennemi" était depuis longtemps ailleurs. Et la crise du Golfe, où l'on voit un pays de 17 millions d'habitants tenir tête à la plus grande coalition que le monde ait jamais connue, survient, comme par hasard, pour illustrer spectaculairement ce que le mot "désordre" peut, en cette fin de siècle, signifier.

Et pourtant, il me semble que, par-delà ce grand remue-ménage, il est d'ores et déjà possible de distinguer les éléments sur lesquels pourrait se fonder un prochain ordre, qui, lui, pour la première fois dans l'histoire, serait réellement mondial, car aucun pays, aucun groupe, de pays, ne pourra en être le centre, ni ne parviendra à y échapper. Bien entendu, cet avènement n'est pas certain, mais il paraît probable, parce qu'il sera le fruit non pas d'une ambition, ou d'une volonté de puissance, mais d'une nécessité absolue. Non pas que l'autre ordre- c'est-à-dire la partition du monde en deux groupes de civilisation hostiles, celle des pays riches et celle des pays pauvres- soit inimaginable, mais il conduirait très probablement à la destruction de la planète.

Sans doute ce nouvel ordre ne sera-t-il pas plus aimable ou plus doux que les précédents. Pour être toléré, il devra prendre en compte l'histoire. En d'autres termes, son totalitarisme devra être adouci, équilibré par le respect, d'une part, des structures politiques anciennes – notamment les nations- et, d'autre part, de ce qui nourrit la mémoire et l'imaginaire des hommes, ethnies, religions, cultures, civilisations. En fait ce nouvel ordre mondial s'esquisse déjà en pointillé dans tous les secteurs de l'activité humaine. (585 mots)

I. Vocabulaire

(4 points)

Définissez les mots dialectique (Or un ordre vient de s'effondrer, celui fondé sur la dialectique capitalisme-communisme) : anxieux (et pourtant nous voici perdus, anxieux) : partition (Non pas que l'autre ordre- c'est-à dire la partition du monde en deux groupes de civilisation hostiles) : s'esquisse (En fait ce nouvel ordre mondial s'esquisse déjà en pointillé).

II. Culture générale

(4 points)

1. Que savez-vous du G7 ?
2. Comment définiriez-vous, en quelques lignes, la "Pax Romana" ?

III. Expression écrite

(12 points)

Résumez le texte au quart de sa longueur initiale. (Marge autorisée de 10% en plus ou en moins)

Exercice 1 : (5 points)

Une des étapes de la synthèse de la NOHA à partir d'un dérivé de la L-omithine, utilise comme réactif le BrCN.

- Proposer une structure de Lewis pour le réactif en question.
- Prévoir la configuration géométrique de ce réactif ainsi que les valeurs des angles de liaisons y présentes. Justifier votre réponse.
- Quelle hybridation de l'atome de carbone du réactif peut être utilisée pour décrire la molécule de BrCN ?

Données : ^{35}Br ; ^{12}C ; ^{7}N

Exercice 2 : (5 points)

On considère l'équilibre de synthèse en phase gazeuse, de l'éthanol ($\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH}$) par action de la vapeur d'eau entre 400 et 600 K sur l'éthylène ou éthène (C_2H_4).

1°- Ecrire l'équation de la réaction de synthèse

2°- L'enthalpie standard de réaction à 400 K est $\Delta_r H^\circ(400 \text{ K}) = -42,7 \text{ kJ mol}^{-1}$. On suppose constant entre 400 et 600 K.

Dans quel sens se déplace l'équilibre si :

- on augmente la pression totale ?
- à P et T constants, on introduit à l'équilibre de l'argon ?
- on augmente la température ?

3°- Etablir l'expression donnant la variation de la constante d'équilibre K_p (on exprimera $\ln K_p$) de la réaction de synthèse avec T, sachant qu'à $T = 400 \text{ K}$, $K_p = 8,6 \cdot 10^{-2}$.

Calculer K_p à 600 K.

Exercice 3 : (10 points)

Le pH d'une solution aqueuse d'acide formique HCOOH de concentration $2 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ est égal à 2,7.

- Calculer la constante d'acidité K_a de cet acide.
- Combien de moles de formiate de sodium doit-on ajouter à 500 ml de la solution initiale pour obtenir une solution tampon de $\text{pH} = 3,7$.
- Combien de moles de soude peut-on ajouter à 500 ml de la solution tampon précédente pour que son pH ne dépasse pas 4 ?
- Combien de moles de soude doit-on ajouter à 500 ml de la solution tampon de $\text{pH} = 3,7$ pour obtenir une solution de formiate de sodium ? Quel est le pH de cette solution ?
- Tracer la courbe de neutralisation de l'acide formique par la soude.

N.B. On admettra que l'addition des réactifs n'entraîne pas de variation de volume.

Railway

The railway has been one of the most important means of transportation. In many countries, this system provides cheap transportation for both people and goods. Before trains were invented, people had to rely on horses for journeys across a country. During those days, the roads were poor and journeys which now take only a few hours, could stretch up to several days or even weeks. Moreover, trains could carry heavier loads as compared to horse-drawn wagons.

Railways have contributed a lot to the growth of many industries. Raw materials can be delivered quickly and easily to factories. Once the raw materials are processed, they are immediately transported by means of railways to other parts of the country.

Railway tracks have varying gauges. A gauge is the inside distance between the two parallel rails which form the track. Railway gauges differ in width. The gauge varies between 610 mm to 1676 mm.

Most trains are powered by diesel-electric units, while others are powered by direct current electricity. Some of the largest and most powerful locomotives have gas turbine traction-engines. Oil is burned in a compressed air chamber to produce hot gas of intense energy. It is this energy which powers the traction-engine and drives a train along the railway tracks.

In recent years, rail transport has suffered stiff competition from other transport services: road, air and water. The investors are attempting to overcome this situation by two means. Firstly, to get rid of services which are not profitable, and secondly, to improve on money-making services.

I- Comprehension (5pts)

Read the text and answer the following comprehension questions with complete sentences

- 1- What was road travel like in the olden days?
- 2- How are trains much better than horse-drawn wagons?
- 3- Explain the meaning of the word 'poor'.
- 4- How have trains contributed to the growth of industries?
- 5- What is a gauge?

II- Linguistic competence

Exercise one: choose the right completion (1pt)

- 1- You can get cancer if you _____ (a-smoking; b-smoke; c- smoked)
- 2- Lots of children _____ the sea (a-has seen; b-has seen never; c-have never seen)
- 3- They wanted to know (whom; what; when) I was doing.
- 4- I asked him to work instead of (play; playing; being played).

Exercise two (1,5 pts)

For each of these sentences, choose the correct word from the following list to fill in the blank. The words are : each other, revolutions, manufacture, boundary, either (or), neither (nor), whereas. You may need to change the form of some words.

1. Fati is very good at Mathematics, _____ Ali is very weak.
2. Fatimata _____ Omar is sick. We have just had English class together.
3. The Republic of Niger shares seven territorial _____
4. We greeted _____
5. There was an industrial _____ in Europe about two centuries ago.
6. In the 18th century, the invention of the steam engine made changes possible in _____ and transformation.

III- Grammar

Exercise one (2pts)

Supply the correct tense to the verbs in parentheses

- 1-After he (to take) his breakfast, he quickly ran to school.
- 2-If I have time, I (to go) to the museum.
- 3-Two weeks ago, I (to meet) my old friend on the street while I (to come) back from the market.
- 4-Look! He (to beat) his son, and I (not- to like) his behaviour.

Exercise two : put the following sentences in the passive voice (2, 5 pts)

1. They should have told him.
2. He invited me to the party.
3. They have not opened the doors yet.
4. Somebody will deliver the package before 9 o'clock.
5. Nobody noticed his mistake.

IV-Translation (4 pts)

Translate the second paragraph of the text into French.

V-Writing (4 pts)

In a short essay of no more than 200 words, state some advantages of railway transportation.