ÉCOLE DES MINES DE L'INDUSTRIE ET DE LA GÉOLOGIE(EMIG)
CONCOURS D'ENTRÉE SESSION SEPTEMBRE 2016 - CYCLE **INGÉNIEUR**
ÉPREUVE DE : **MATHÉMATIQUES**
DURÉE : **4 H** — COEF : **4**

Exercice n°1 *(7 points)*

Soit f la fonction numérique d'une variable réelle x définie par : $f(x) = \dfrac{x-3}{2\sqrt{1+x^2}}$.

1. Montrer que la courbe représentatif de f, $\mathcal{C}_f$, admet deux points d'inflexions I_1 et I_2 que l'on déterminera. ***(1,5 point)***
2. Déterminer les équations des tangentes T_1 et T_2 aux points I_1 et I_2. ***(1,5 point)***
3. Étudier les variations de f en dressant le tableau de variation. ***(2 points)***
4. Tracer la courbe $\mathcal{C}_f$ dans un repère orthonormé(unité $1\,cm$). ***(2 points)***

Exercice n°2 *(3 points)*

Soit f une fonction de classe C^1 sur $D \subset \mathbb{R}^2$. On pose :

$$\forall (x,y) \in D, \quad F(x,y) = (x, y, f(x,y))$$

1. Calculer $\vec{S} = \dfrac{\partial F}{\partial x} \wedge \dfrac{\partial F}{\partial y}$ et interpréter géométriquement $\|\vec{S}(x,y)\|$. ***(1 point)***
2. Calculer l'aire de la portion de paraboloïde définie par : $z = x^2 + y^2 \quad ; \quad 0 \le z \le 2$. ***(2 points)***

Exercice n°3 *(10 points)*

On note $\mathbb{R}[X]$ l'espace vectoriel des polynômes à coefficients réels. Pour tout entier naturel n, considérons l'équation différentielle du second ordre :

$$(E_n) : \quad (1-x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0$$

1. Vérifier que $P_0(x) = a_0 \in \mathbb{R}$; $P_1(x) = x$ et $P_2(x) = -3x^2 + 1$ sont respectivement solutions de (E_0) ; (E_1) et (E_2). ***(1,5 point)***
2. On admettra dans la suite que $\forall n \in \mathbb{N}$ (E_n) admet des solutions polynomiales non nulles Q_n. Montrer que $d^oQ_n = n$. ***(1,5 point)***
3. Soit u l'endomorphisme de $\mathbb{R}[X]$ défini par : $\forall P \in \mathbb{R}[X] \quad u(P) = \dfrac{d}{dX}\left((1-X^2)\dfrac{dP}{dX}\right)$
   (a) $\forall P \in \mathbb{R}[X]$ et $\forall Q \in \mathbb{R}[X]$ établir : $\displaystyle\int_{-1}^{1} u(P)(x)Q(x)dx = \int_{-1}^{1} P(x)u(Q)(x)dx$ ***(2,5 points)***
   (b) Déduire de ce qui précède que, pour tout couple d'entiers naturels distincts (n,m), on a : $\displaystyle\int_{-1}^{1} Q_n(x)Q_m(x)dx = 0$ ***(2 points)***
   (c) Soit $n \ge 1$ et $Q \in \mathbb{R}[X]$ de degré strictement inférieur à $n\,(d^oQ < n)$, que vaut l'intégrale :

$$\int_{-1}^{1} Q_n(x)Q(x)dx \quad \text{(Justifiez votre réponse !).} \quad \textit{(2,5 points)}$$

ECOLE DES MINES, DE L'INDUSTRIE ET DE LA GEOLOGIE (EMIG)
CONCOURS D'ENTREE SESSION SEPTEMBRE 2016 – CYCLE **INGENIEUR**
EPREUVE DE **CHIMIE**
DUREE : 4H --- COEF : 4.

<u>Exercice 1 :</u> (4pts)
A l'aide des orbitales hybrides, décrire les liaisons covalentes qui interviennent dans la molécule de méthane, CH_4

a.) Pour la molécule CH_2=CH-CO-CN, déterminer :

b.1) Le nombre de liaisons σ et de liaisons π,

b.2) Le nombre d'atomes de carbone hybridés sp,

b.3) Le nombre d'atomes de carbone hybridés sp^2,

b.4) Le nombre d'atomes de carbone hybridés sp^3.

<u>Exercice 2 :</u> (5pts)
On se propose d'étudier la cinétique de la réaction de décomposition de l'iodure de méthyle,

$$2CH_3I(g) \longrightarrow C_2H_6(g) + I_2(g)$$

Pour cela, on a suivi à 25°C, la concentration de CH_3I en fonction du temps. Les résultats obtenus ont été rassemblés dans le tableau ci-après :

t, min	0	30	60	100	150
[CH3I], M	0,10	$7{,}75.10^{-2}$	$6{,}00.10^{-2}$	$4{,}25.10^{-2}$	$2{,}79.10^{-2}$

A partir de ces résultats,

a) Montrer, par calcul, que la cinétique de la réaction est de 1^{er} ordre.

b) Quelle est la valeur de la constante de vitesse, k ?

c) Calculer le temps de demi-réaction.

<u>Exercice 3 :</u> (11pts)
Soit deux solutions A et B, chacune de volume 100,0 cm^3. La solution A contient 0,150 g d'acide acétique, CH_3COOH. La solution B contient 0,205 g d'acétate de sodium CH_3COONa.

a) Calculer le pH de chacune de deux solutions ainsi que le pH de la solution C résultant de leur mélange.

b) On ajoute à la solution, C, sans modifier le volume, 10^{-3} mol de HCl. Calculer la variation du pH de la solution C.

c) Calculer la variation du pH si la même quantité de HCl avait été ajoutée à 200,0 cm^3 d'eau pure.

Données : $M(CH_3COOH)$ = 60,0 g/mol ; $M(CH_3COONa)$ = 82,0 g/mol ; pKa = 4,8.