



Exercice I :

Un concours comporte une épreuve de mathématiques et une épreuve de français. On note x la note en mathématiques et y celle de français d'un élève. La moyenne de cet élève est alors $m = \frac{4x + 2y}{6}$ (On dit que x est affecté du coefficient 4 et y du coefficient 2).

- Calculer la moyenne de Siddo qui a obtenu 12 en mathématiques et 15 en français. (0,5pt)
- Fati veut avoir 10 de moyenne. Elle a eu 7 en mathématiques. Quelle note lui faut-il en français ? (1pt)
- Gambo a obtenu 12 de moyenne. Par erreur on a interverti ses notes de mathématiques et français et il a eu 13 de moyenne. Quelles sont ses vraies notes de mathématiques et de français ? (1,5pt)
- Représenter dans le plan la droite (D) d'équation : $\frac{4x + 2y}{6} = 12$ (on prendra pour unité 0,5 cm) (1pt)
- Expliquer comment on peut trouver sur le graphique :
 - la note de Délou en mathématiques qui a eu 12 de moyenne et 10 en français. (0,5pt)
 - la note de Yaou en français qui a eu 12 de moyenne et 9 en mathématiques. (0,5pt)

Exercice II :

1. Recopiez et compléter le tableau suivant (on écrira les valeurs à l'aide de fractions irréductibles) (1,5pt)

| | | | |
|--------------------------|----|----|----|
| α en ($^\circ$) | 30 | 45 | 60 |
| $\sin \alpha$ | | | |
| $\cos \alpha$ | | | |

- On vous donne la relation suivante : $\cos(x+y) = (\cos x)(\cos y) - (\sin x)(\sin y)$
 - Déterminer x pour que l'on ait : $60 + x = 105$ (0,5pt)
 - En utilisant la relation précédente, calculer $\cos(105^\circ)$ (1pt)
 - Sachant que l'on a : $1,41 \leq \sqrt{2} \leq 1,42$ et $1,73 \leq \sqrt{3} \leq 1,74$. Donner un encadrement à 10^{-2} près de $\cos(105^\circ)$ (1pt)

Problème : (11pts)

Partie A : (4,5pts) On considère les fonction f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x + 5$ et $g(x) = ax + b$

- Déterminer a et b sachant que $g(-2) = 1$ et $g(4) = 4$
- Soit h la fonction définie par $h(x) = \log(x)$
 - Montrer que $h(x) = -x + 1$
 - Calculer $f(2 + \frac{1}{\sqrt{2}})$. Comparer avec $h(\sqrt{2})$

3. Montrer que pour tout réel α

- $f(\frac{1}{2}\alpha + 2) = h(\alpha)$
- $gof(\alpha) = \frac{9}{2} - \alpha$

Partie B : (6,5pts) Soit (D) la droite d'équation : $-2x - y + 5 = 0$

- Déterminer une équation de la droite (D') perpendiculaire à (D) et passant par le point $E \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Montrer que la droite (D') est une représentation graphique de la fonction g définie au 1) partie A.
- Soit A le point d'intersection de (D) et (D'), B le point d'intersection de (D) et l'axe des abscisses, C le point d'intersection de (D') et l'axe des abscisses.
 - Déterminer les coordonnées de A, B et C
 - Quelle est la nature du triangle ABC ?
 - Calculer l'aire du triangle ABC.
- Ecrire le système d'inéquations dont la solution est la partie du plan à l'intérieur du triangle, les bords y compris.



Exercice N°1 :

Est-il possible de construire un triangle ABC, rectangle en A, dont les mesures des cotés, exprimées en centimètre, soient trois nombres pairs consécutifs.

Exercice N°2 :

Résoudre dans \mathbb{Z}^2 le système :

$$\begin{cases} -4x + y + 4 \geq 0 \\ -2x + 3y - 8 \leq 0 \\ x + y + 4 \geq 0 \end{cases}$$

Exercice N°3 :

Dans le plan euclidien rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on donne les points A(1,1) ; B(2,4) et C(4 ;0).

1. Calculer les coordonnées des vecteurs \overline{AB} , \overline{AC} et \overline{BC} .
2. Calculer les distances AB, AC et BC. En déduire la nature précise du triangle ABC.
3. On donne le vecteur $\overline{OD} = x\overline{OI} + 3\overline{OJ}$, déterminer x pour que les vecteurs \overline{AD} et \overline{AB} soient orthogonaux.
4. Soit H le centre du cercle circonscrit au triangle ABC, déterminer les coordonnées de H et calculer le rayon du cercle.
5. Déterminer une équation de la tangente (T) au cercle en B.
6. (T) coupe l'axe des abscisses et des ordonnées respectivement en E et F. Calculer les coordonnées de E et F.
7. Déterminer une équation de la droite (L) parallèle à (T) et passant par H.

EXERCICE 1 (4 points)

1. Démontrer que pour tous réels a et b, on a : $(\frac{a\sqrt{3}}{2} + \frac{b}{2})^2 + (\frac{a}{2} - \frac{b\sqrt{3}}{2})^2 = a^2 + b^2$. (2pts)

2. Soient :

- I, l'ensemble des réels x tel que $-2 \leq x \leq 3$;

- J, l'ensemble des réels x tel que $x < 1$.

a) Ecrire I et J sous forme d'intervalles. (0,5 pt + 0,5pt)

b) Déterminer l'ensemble E des réels x qui vérifient le système $\begin{cases} -2 \leq x \leq 3 \\ x < 1 \end{cases}$ (1pt)

NB : Les questions 1 et 2 sont indépendantes

EXERCICE 2 (4 points)

Soit ABC un triangle quelconque. M est un point du segment $[AB]$ et N un point du segment $[AC]$

tels que les droites (MN) et (BC) soient parallèles. On pose $AM = x$ et on a : $BC = 2x$, $MN = 4$ et $AN = 6$.

1. Exprimer les distances AB et AC en fonction de x. (1pt + 1pt)

2. Vérifier que le périmètre du triangle ABC est $p(x) = \frac{10x + x^2}{2}$ (0,5pt)

3. Montrer que $x^2 + 10x - 24 = (x + 5)^2 - 49$ (0,5pt)

4. Est-il possible de trouver x tel que le périmètre du triangle ABC soit égal à 12 ? Justifier. (1pt)

EXERCICE 3 (6 points)

La capacité vitale est le volume d'air maximal pouvant être mobilisé en une seule inspiration. Sur un échantillon de 17 personnes, on a mesuré la capacité vitale (en litres). Voici la liste des résultats :

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|-----|------|------|-----|-----|------|------|------|-----|------|------|------|-----|------|
| 4,15 | 4,48 | 5,24 | 4,8 | 4,95 | 4,55 | 4,3 | 4,7 | 5,51 | 4,58 | 4,12 | 5,7 | 4,85 | 5,05 | 4,65 | 4,7 | 4,28 |
|------|------|------|-----|------|------|-----|-----|------|------|------|-----|------|------|------|-----|------|

1. Déterminer l'étendue et la moyenne de cette série. Arrondir la moyenne au centilitre près. (0,5pt + 0,5pt)

2. En expliquant la méthode utilisée, déterminer la médiane de cette série. (0,5pt)

3. On décide de regrouper les valeurs de la série par classes. Compléter le tableau suivant :

| Capacité vitale (en litres) | [4 ; 4,5[| [4,5 ; 5[| [5 ; 5,5[| [5,5 ; 6[| |
|------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|---|
| Effectifs | | | | | (0,25pt + 0,25pt + 0,25pt + 0,25pt + 0,25pt + 0,25pt) |
| Effectifs cumulés croissants | | | | | (0,25pt + 0,25pt + 0,25pt + 0,25pt) |