

Devoir n°2**Durée : 2 heures**

L'usage des téléphones portables (même comme calculatrices) n'est pas autorisé.
Les formulaires des fonctions trigonométriques et hyperboliques réelles ainsi que la table des primitives des fonctions usuelles, sont autorisés.

Exercice n°1 (6 points)

On donne la fonction $f(z) = z^2 + z\bar{z}$ et $\gamma : |z| = 1$ avec $0 \leq \text{Arg}z \leq \pi$.

Calculer l'intégrale $\int_{\gamma} f(z) dz$

Exercice n°2 (7 points)

1. Développer en série de Laurent $g(z) = \frac{2}{z^2 - 1}$ dans la couronne $1 < |z + 2| < 3$.

2. Calculer $\oint_{\gamma} f(z) dz$ si $f(z) = z \text{tg} \pi z$ et $\gamma : |z| = 1$.

Exercice n°3 (7 points)

Calculer par la méthode des résidus les intégrales suivantes :

1. $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 3x}{5 - 4 \cos x} dx$

2. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 1)^2(x^2 + 2x + 2)} dx$