

Devoir n°2 : Statistique

Durée : 2 heures

Exercice n°1 (8 points)

On se propose de comparer les réactions produites par deux vaccins désignés par A et B . Un groupe d'enfants a été divisé en deux séries qui ont été vaccinées, l'une par A et l'autre par B .

On a noté 4 sortes de réactions :

R_1 : Réaction légère, R_2 : Réaction moyenne, R_3 : ulcération, R_4 : abcès.

Les deux répartitions sont données dans le tableau suivant.

	R_1	R_2	R_3	R_4
A	12	156	8	1
B	29	135	6	1

Dire par un test de χ^2 si ces différences sont significatives au risque de 5%. (On dressera un tableau des effectifs théoriques) (Formuler clairement les hypothèses du test!)

Exercice n°2 (12 points)

Pendant dix ans une ferme a expérimenté le rendement du maïs (R en boisseaux¹/acre²) associé à l'emploi de quantités croissantes (Q en livres³/acre) d'un fertilisant (F). Le tableau suivant rassemble ces données.

Rendement (R_i)	40	44	46	48	52	58	60	68	74	80
Quantité de F (Q_i)	6	10	12	14	16	18	22	24	26	32

1. Représenter le nuage de points associés à ces données.
2. Estimer l'équation de la régression linéaire qui permet de prévoir le rendement, étant donnée la quantité de fertilisant utilisé et tracer la droite dans le même repère que le nuage.
3. Pour une quantité de 15 livres/acre quel rendement peut-on prévoir ?
4. Tester le modèle linéaire au seuil de 5% (Test de signification de Student).
5. On veut tester l'hypothèse : **La droite d'estimation, $y = ax + b$, passe par l'origine.** Pour cela on considère la variable de décision suivante :

$$T = \frac{\hat{b}}{s_b} \quad \text{avec} \quad s_b^2 = \frac{1}{n(n-2)} \left(\frac{s_y^2}{s_x^2} - (\hat{a})^2 \right) \sum x_i^2$$

On suppose que la variable de décision, sous cette hypothèse, suit la loi de Student à $\nu = n - 2$ ddl, où n est la taille de l'échantillon.

- (a) Expliciter l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative du test.
- (b) Donner la conclusion du test au seuil de 5%.

1. Boisseau : Ancien instrument de mesure de capacité.
2. Acre : Ancienne mesure agraire ≈ 52 ares
3. Livre : Ancienne unité de poids $\approx 489,5$ g